

Logika cz. II – wnioskowanie i metodologia nauk

Wykład dr K. A. Wojcieszek

Pedagogium WSNS

Logika formalna

- Posługuje się STAŁYMI LOGICZNYMI i SYMBOLAMI ZMIENNYCH.
- Sylogistyka opracowana jeszcze przez Arystotelesa najstarszym działem logiki formalnej. Specyficzne zestawienia schematów zdaniowych ułatwiają kontrolę rozumowań. Tradycyjne tryby rozumowań.

Rachunek zdań

- Twierdzenia zbudowane tylko ze spójników międzyzdaniowych i zmiennych zastępowanych zdaniami.
- Przykład:
- Jeżeli X to Y , i jeżeli Y to Z , to jeżeli X to Z .
- Kwestia umowności symboliki – wpływ tradycji historycznej na różnicowanie symboli tych samych spójników międzyzdaniowych.

Wynikanie logiczne

- Schematy zdaniowe nie mają wartości logicznej, ale są wśród nich takie, które przy dowolnych podstawieniach dowolnych zdań pod symbole zmiennych mają zawsze tę samą, określoną wartość logiczną , np. są ZAWSZE prawdziwe.
- Są to tzw. TAUTOLOGIE.

Prawda logiczna

- Zdanie X jest prawdą logiczną gdy jest tautologią lub da się z tautologii otrzymać przez zastąpienie zmiennych wyrażeniami stałymi.
- Wynikanie logiczne jest zawężeniem pojęcia wynikania używanego w języku potocznym.
- Problem wartości takiego zawężonego wynikania – **po co nam to jest potrzebne?**
- **Jak się ma logika formalna do zwyczajnego myślenia ludzi?**

Wynikanie a wynikanie logiczne

- Ze zdania A wynika zdanie B zawsze i tylko wtedy, gdy prawdziwe jest zdanie warunkowe mające zdanie A za poprzednik, a zdanie B za następnik.
- (uwaga: przypomnijmy sobie sprawę wartości logicznej zdania warunkowego !)
- Wynikanie logiczne: ze zdania A wynika logicznie zdanie B – zawsze i tylko wtedy, gdy – okres warunkowy o poprzedniku A i o następniku B jest prawdą logiczną (jest tautologią lub daje się z niej otrzymać przez podstawienie zmiennych).

Racja i następstwo

- Następstwa zdania prawdziwego są zawsze prawdziwe – jeśli racja jest prawdziwa, to jej następstwo jest prawdziwe (jeśli z racji logicznie wynika następstwo).
- Fałszywa racja – następstwo fałszywe lub prawdziwe (przypomnijmy sobie prawo Dunsza Szkota – z fałszu dowolne tezy).
- Prawdziwe następstwo może mieć rację fałszywą lub prawdziwą.
- Racje zdania fałszywego są zawsze fałszywe.

Ważne z punktu widzenia rozumowań

- Tylko sytuacja , gdy z prawdy wynikałby fałsz jest wykluczona. Uwaga: z fałszu może wynikać prawda, jeśli jest następstwem, a nie racją.

- | A | B |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 0 | 0 |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Wynikanie entymematyczne

- Ze zdania A wynika zdanie B entymematycznie ze względu na zdanie C – zawsze i tylko wtedy, gdy – ze zdania A nie wynika logicznie zdanie B, ale z koniunkcji zdań A i C zdanie B logicznie wynika.
- W wynikaniu entymematycznym odwołujemy się do jakiejś pozallogicznej prawdy empirycznej, którą uwzględniamy we wnioskowaniu jako zdanie C. Zabieg często stosowany w naukach, w ich systemach.
- Uwaga: z powodu trzech zdań, a nie dwu nie jest to wynikanie jako takie, lecz właśnie wynikanie entymematyczne.

Wnioskowanie: co to takiego?

- Uznawanie sądów – wypowiedzianie za pomocą pewnych zdań swoich przekonań.
- Gdy do uznania jakiegoś zdania skłania nas uznawanie jednego lub więcej innych zdań to mówimy, że wywnioskowaliśmy to zdanie z tych innych zdań. Te zdania to przesłanki wnioskowania, a uznane na ich podstawie zdanie to wniosek.

Przykład praktyczny wnioskowania

- Przestępka 1: Jan Kowalski był w dniu 23.09.2008 roku na miejscu zbrodni – zabójstwa Zbigniewa Nowaka.
- Przestępka 2: Jan Kowalski stale kłócił się o pieniądze ze Zbigniewem Nowakiem.
- Przestępka 3: Zbigniewa zastrzelono z broni palnej należącej do Jana Kowalskiego.
- Wniosek: Jan Kowalski jest zabójcą Nowaka.

Czy wnioskowanie jest zawsze poprawne?

- W USA wykazano, że w XX stuleciu co najmniej 30 osób zostało osądzonych i straconych jako zabójcy w wyniku ewidentnej pomyłki sądowej – byli oni niewinni, co wykazano później. Czasem nawet tzw. oczywiste wnioski są zawodne...

Definicja wnioskowania wg Ajdukiewicza

- Wnioskowanie jest to proces myślowy, w którym na podstawie mniej lub bardziej stanowczego uznawania przesłanek dochodzimy do uznania wniosku, którego bądź dotychczas nie uznawaliśmy wcale, bądź uznawaliśmy mniej stanowczo; przy czym stopień stanowczości uznania wniosku nie przewyższa stopnia uznania przesłanek.

Stopień pewności wniosku – typy wnioskowania

- **Wnioskowanie subiektywnie pewne :**
stopień pewności uznania wniosku = stopień pewności uznania przesłanek
- **Wnioskowanie subiektywnie niepewne:**
stopień uznania pewności wniosku jest mniejszy, niż stopień uznania pewności przesłanek

Warunki poprawności wnioskowania

- Wypowiedzi inferencyjne:
- Fazy – uznanie przesłanek / wyprowadzenie wniosku

przesłanka A

przesłanka B

wniosek C

Wnioskowanie – czy prawdziwe?

- Wnioskowania mogą być poprawne lub nie, ale nie są prawdziwe lub fałszywe – nie są sądami. Prawdziwy lub fałszywy może być natomiast wniosek.
- Gdy fałszywa któraś z przesłanek to mamy **BŁĄD MATERIALNY!**
- Gdy zbyt słabo uzasadnione przesłanki to błąd **PETITIO PRINCIPII**

„Konkluzywne” wnioski

- Uznanie przesłanek w danym stopniu umożliwia uznanie wniosku w danym stopniu!
- Badamy siłę związku między przesłankami a wnioskiem – bywa ona różna, mniej i bardziej uzasadniona. We wnioskowaniach subiektywnie pewnych musi być zbadana znacznie dokładniej, niż w subiektywnie niepewnych.

Wnioskowanie subiektywnie pewne

- W przypadku wnioskowania subiektywnie pewnego wniosek musi logicznie wynikać z przesłanek! (nie po prostu wynikać, ale logicznie wynikać czyli opierać się ostatecznie na jakiejś tautologii).
- Wtedy wnioskowanie takie nazywamy formalnie poprawnym. Brak spełnienia tego warunku daje **BŁĄD FORMALNY**.

Cel analizy logicznej wnioskowania

- Celem jest sprawdzenie czy wnioskowanie nie zawiera błędu formalnego , bez konieczności rozstrzygnięcia czy wniosek jest prawdziwy czy fałszywy.
- Lepsza kontrola rozumowań - wykluczenie tych, które zawierają błąd formalny.
- Jest to swoisty „program minimalny” rozumowań.

Jak przebiega taka analiza?

- Stosuje się formalne schematy inferencyjne – zamiast konkretnych zdań schematy zdaniowe...
- Wnioskowanie przebiega wedle schematu jeśli po podstawieniu zdań w miejsce zmiennych uzyskuje się wypowiedzi danego wnioskowania.
- **Formalny schemat inferencyjny.**

Niezawodny formalny schemat inferencyjny

- Gdy po podstawieniu zdań nigdy nie prowadzi od prawdziwych przesłanek do fałszywego wniosku.
- Jest to wtedy **LOGICZNY SCHEMAT INFERENCYJNY**.
- Ale uwaga! Nie tylko schematy niezawodne prowadzą do prawdy – przecież z fałszywych przesłanek może wynikać również prawda!
- (Patrz: różnica między wynikaniem a wynikaniem logicznym!!!)

O co tu chodzi?

- O słówko „logicznie”, które zawęży znaczenie wyrażenia „wynikanie”.
- Fazy sprawdzania wynikania logicznego:
 - I - konstruujemy najbardziej szczegółowy schemat inferencyjny opisujący dane wnioskowanie
 - II - konstruujemy przykład spełniający przesłanki, a nie spełniający wniosku
 - III – wniosek taki nie wynika logicznie z przesłanek (wykazujemy to przez „trefny” przykład.

Co można wykazać przez tą analizę?

- Możemy wykazać czy wniosek wynika **logicznie** z przesłanek czy też nie wynika logicznie.
- Ale uwaga: nie możemy wykazać czy w ogóle nie wynika on z danych przesłanek.
- Wynikanie logiczne jest węższe od wynikania w ogólności! Przypadek: fałszywe przesłanki a prawdziwy wniosek!

Wnioskowanie w świetle wiedzy wnioskującego

- Wnioskowanie subiektywnie pewne jest w świetle wiedzy wnioskującego „konkluzywne” zawsze i tylko wtedy, gdy jego wniosek wynika logicznie z przesłanek lub wynika z nich entymematycznie, z uwagi na pewne zdania należące do wiedzy wnioskującego.
- Relatywizacja do wiedzy wnioskującego – od przesłanek wymagamy, aby były prawdziwe i prawomocnie przyjęte...

Uwaga!

- Są przecież różnice w naszej wiedzy. Coś „konkluzywnego” dla jednych nie musi być „konkluzywne” dla innych – problem społecznego budowania wiedzy...
- Coś, czego nie uznawaliśmy wcześniej może się zmienić w wyniku nabytej nowej wiedzy!
- Możemy dyskutować prawomocność przesłanek! Są też niekiedy ukryte przesłanki.

Wnioskowanie dedukcyjne

- Wnioskowanie, z którego przesłanek wniosek logicznie wynika jest **wnioskowaniem dedukcyjnym w sensie absolutnym**.
- Wnioskowanie, z którego przesłanek wniosek wynika entymematycznie z uwagi na pewne zdania wchodzące w skład wiedzy wnioskującego nazywamy **wnioskowaniem dedukcyjnym w świetle wiedzy wnioskującego**.
- Te ostatnie np. w matematyce.

Aksjomaty

- Podaje się wiedzę, w oparciu o którą się wnioskuje entymematycznie w postaci przyjmowanych jako przesłanki zdań tzw. aksjomatów.
- Aksjomaty uznaje się na samym wstępie za prawomocnie uznawane przesłanki wnioskowań.
- Po kolei rozbudowuje się system prowadząc kolejne wnioskowania dedukcyjne.

Dedukowanie jako proces

- Do pewnych zdań dobieramy inne zdanie, wynikające logicznie z tych uprzednich zdań lub wynikające entymematycznie.
- Spełnione wnioskowanie dedukcyjne a potencjalne wnioskowanie dedukcyjne.
- „Co by było, gdyby....” Konstrukcja dowodów „nie – wprost” Odrzucając fałszywe następstwa zaprzeczenia danej tezy uznajemy ją odrzucając jej zaprzeczenie.

Sprawdzanie hipotez

- **Sprawdzamy, czy następstwa jakiejś hipotezy (przypuszczenia) są prawdziwe.**
- Wyprowadzanie następstw z nieprzyjętej racji (potencjalne wnioskowanie) – sprawdzanie przypuszczeń.
- Podstawa współczesnych nauk empirycznych.

Wnioskowanie subiektywnie niepewne

- W takim wnioskowaniu uznajemy wniosek z mniejszą pewnością , niż uznaliśmy przesłanki.
- **Uprawdopodobnienie** wniosku przez przesłanki jest słabsze niż wynikanie.
- Ajdukiewicz: Zdanie A jest uprawdopodobnione w stopniu p przez zdanie B : prawomocność całkowicie pewnego uznania zdania B czyni prawomocnym uznanie zdania A wtedy i tylko wtedy, gdy stopień pewności zdania A nie przekracza p.
- **Prawdopodobieństwo logiczne**: stopień pewności w jakim mamy prawo dane zdanie uznawać.

Przykład

- Codziennie wschodzi słońce.
- Wniosek prawdopodobny: jutro też wzejdzie.
- Czy z zupełną pewnością? (Np. w dużej skali czasu wszechświat wygaśnie / ziemia rozbije się o asteroidę/ ziemię wysadzi eksplozja nuklearna/ uszkodzą nas kosmici itd. itp...)
- „Słońce wzejdzie!” To jest jedynie (lub aż) wniosek prawdopodobny, a nie pewny.

Wnioskowanie subiektywnie niepewne

- Wnioskowanie takie jest w świetle wiedzy W konkluzywne, jeżeli stopień pewności, z jakim uznaje się w nim wniosek na podstawie całkowicie pewnego uznania przesłanek, nie przekracza prawdopodobieństwa logicznego wniosku ze względu na przesłanki i posiadaną wiedzę $W/$

Dwa prawdopodobieństwa: matematyczne i logiczne

- Dla celów praktycznych utożsamia się (z założenia) prawdopodobieństwo logiczne i matematyczne. Ułatwia to obliczanie prawdopodobieństwa i wnioskowanie subiektywnie niepewne na jego podstawie.
- „Naukowe, rozsądne przypuszczenia” ...
- Podstawą takich wnioskowań jest statystyka matematyczna.

Redukcyjny sposób wnioskowania

- Redukcyjny lub inwersyjny sposób wnioskowania subiektywnie niepewnego:
- ODWROTNOŚĆ wnioskowania entymematycznego – tam z przesłanek i wiedzy był wniosek. Tu z wniosku i wiedzy jest uznanie przesłanki – wnioskowanie „do tyłu”. Istotne w obydwu jest uzupełnianie wnioskowania wiedzą wnioskującego (jawne lub ukryte dodatkowe założenia).

Definicja

- Wnioskowanie redukcyjne to takie, w którym przesłanki wynikają entymematycznie z wniosku ze względu na pewne zdania, wchodzące w skład wiedzy wnioskującego.
- Bardzo częste w życiu codziennym, nauce, kryminologii...
- Przykład: na dywanie znajduję kupkę. Przesłanka, którą uznaję redukcyjnie: był tu kot! (Ale uznaję ją na mocy wiedzy, że **takie kupki robi właśnie kot** – czyli jest to dodatkowe założenie z wiedzy wnioskującego)

Do czego stosujemy ten typ wnioskowania?

- Do upewniania się o prawdziwości przypuszczeń – hipotez, których pewność nie jest wystarczająca. Umacniamy się wtedy w ich uznawaniu, wzmacniamy je.
- Prawdopodobieństwo wniosku takiego wnioskowania jest tym większe, im mniej prawdopodobne były przesłanki tego wnioskowania (szukamy zatem tych zaskakująco nieprawdopodobnych przesłanek – najbardziej nieprawdopodobnych konsekwencji – skutków. Gdy te się potwierdzą znacznie mocniej uznajemy początkową hipotezę).

Konsekwencje w metodologii nauk

- Mniej prawdopodobne są dokładne następstwa ilościowe, niż jakościowe (np. trudniej przewidzieć dokładnie wyniki totolotka, niż stwierdzić jakościowo, że jakieś cyfry zostaną wylosowane). To daje większą pewność wnioskowań redukcyjnych w naukach posługujących się ilościowym pomiarem, niż jakościowymi ocenami.

Ale uwaga!

- Wnioskowanie redukcyjne pozostaje dalej wnioskowaniem niepewnym, bo może niekiedy prowadzić od prawdziwych przesłanek do fałszywego wniosku! W naukach zawsze jest pewien znak zapytania, znikoma, ale realna **niepewność**! Ale: umiemy ją oszacować matematycznie.
- Przykład: kocią kupkę na dywan mógł przynieść ktoś złośliwy, a nie zrobić sam kot. Mało prawdopodobne, ale możliwe!

Indukcja enumeracyjna

- **Indukcją enumeracyjną** nazywamy wnioskowanie, w którym zdanie stwierdzające jakąś ogólną prawidłowość uznajemy jako wniosek na podstawie uznania zdań stwierdzających poszczególne przypadki tej prawidłowości.
- Dla wszelkich x_1, x_2, x_N , jeżeli $f(x_1, x_2, x_N)$ to $g(x_1, x_2, x_N)$

Przykład indukcji enumeracyjnej

- Na wszystkich weselach, na jakich byłem, piło się alkohol.
- W przyszłym tygodniu idę na kolejne wesele.
- Wniosek: i tam też będzie alkohol.
- Czy takie wnioskowanie jest niezawodne? Nie, nie jest. Są dość liczne wesela bezalkoholowe, ale wnioskujący mógł się z nimi nie zetknąć.
- Patrz: wieś Kamesznica pod Żywcem – większość wesel odbywa się bez alkoholu!

Przesłanki indukcji enumeracyjnej układają się w pary

- Obiekt x jest y + obiekt Y ma własność Z
- Obiekt x_1 jest y + obiekt y_1 ma własność Z
- Obiekt x_N jest + obiekt y_N ma własność Z

W ten sposób ustalamy jakąś prawidłowość.

(przesłanki klasyfikacyjne + przesłanki kwalifikacyjne)

Z wniosku oraz z przesłanek klasyfikacyjnych wynikają logicznie przesłanki kwalifikujące.

Indukcja enumeracyjna a indukcja zupełna

- Jeżeli potrafimy uwzględnić wszystkie te pary przesłanek to wnioskowanie takie zamienia się we wnioskowanie pewne, dedukcyjne.
Warunek: musimy mieć pełną i niezawodną wiedzę o WSZYSTKICH przypadkach opisywanych przez pary przesłanek. Bez żadnego, nawet jednego wyjątku i niepewności.
- Kwestia tej dodatkowej przesłanki, że każdy przedmiot ma wymaganą cechę ...

Warunek konkluzywności

- Wnioskowanie subiektywnie niepewne jest konkluzywne, jeśli: stopień pewności s wniosku H wyprowadzonego z przesłanek z całą pewnością i prawomocnie przyjętych nie może przekraczać prawdopodobieństwa wniosku ze względu na przesłanki i wiedzę wnioskującego. Dotyczy to również indukcji.

Z tego powodu...

- Nawet wielka liczba stwierdzonych przypadków nie wystarcza do uznania wniosku przez indukcję, gdy jest chociaż JEDEN przypadek wykluczający daną prawidłowość!!!
- Większa pewność przysługuje mniej ogólnym wnioskom (bardziej szczegółowym). Dlatego staramy się w naukach PRECYZOWAĆ HIPOTEZY, zawężać wnioski do określonej wąskiej kategorii wydarzeń. Dążymy też do różnorodności przedmiotów, które mają daną własność. **Większa liczba niezależnych przesłanek** (np. świadków).

Wnioskowanie przez analogię

- Wnioskujemy, że pewna prawidłowość, która potwierdziła się w n przypadkach, potwierdzi się również w $n+1$ przypadku. Wnioskowanie na mocy podobieństwa: coś zachodzi w przedmiocie x , a przedmiot y jest do niego podobny, zatem zajdzie to też w przedmiocie y . Ten typ wnioskowania nie jest tak wrażliwy na ten jeden „wykluczający przypadek”, nawet znając takie wyjątki, możemy dalej wnioskować „per analogiam”.

Indukcja eliminacyjna jako wnioskowanie dedukcyjne

- Każde S jest P lub żadne S nie jest P
- A jest S i a jest P
- -----
- Zatem : każde S jest P

Definicja indukcji eliminacyjnej

- Wnioskowanie, w którym jedna z przesłanek jest alternatywą kilku zdań ogólnych, inne przesłanki są zdaniem jednostkowym obalającym wszystkie człony tej alternatywy z wyjątkiem JEDNEGO, zaś wnioskiem jest ten JEDEN nieobalony przez przesłanki jednostkowe człon tej alternatywy – nazywa się indukcją eliminacyjną. Jest to wnioskowanie **SUBIEKTYWNIPEWNE!**

Przykład indukcji eliminacyjnej

- Mamy pewność , że jest prawdziwa alternatywa: Każdy student ma wręczany indeks lub żaden student nie ma wręczanego indeksu.
- Wszyscy ci ludzie (x_1, x_2, x_n) są studentami i każdy z nich ma wręczany indeks.
- -----
- Wniosek: Każdy student ma wręczany indeks.

Indukcję taką stosujemy do poszukiwania przyczyn zjawisk.

- Szukamy przyczyny zjawiska „Z” i wiemy, że któraś z przyczyn P1, P2, P3 jest tą poszukiwaną przyczyną.
- Znajdujemy wypadek, gdy zachodzi P1, a nie zachodzi „Z”.
- Znajdujemy wypadek, gdy zachodzi P2, a nie zachodzi „Z”.
- Nie znajdujemy żadnego wypadku, gdy zachodzi P3, a nie zachodzi „Z”.
- Wniosek: przyczyną zjawiska „Z” jest P3.

Przykład praktyczny (przybliżony)

- Pewna pani Y zleca nam stwierdzenie, kto jest ojcem jej dziecka. Jest pewne, że na przyjęciu w dniu takim a takim pani Y współżyła z 3 osobami i tylko z nimi. Od tego czasu nie współżyła z nikim. Szukamy ojca dziecka D z grona 3 osób (P1, P2, P3), które miały stosunek z panią Y na tym przyjęciu. Dysponujemy tylko materiałem genetycznym panów P1 i P2, bo P3 uciekł za granicę. Wiemy, że dziecko musi mieć geny ojca.
- Dziecko D nie ma żadnych genów pana P1.
- Dziecko D nie ma żadnych genów pana P2.
- **Bez dalszego badania wiemy, że pan P3 jest ojcem dziecka D.**

Uwaga!

- Prawidłowo zbudowana indukcja eliminacyjna jest wnioskowaniem dedukcyjnym, czyli subiektywnie pewnym, w przeciwieństwie do indukcji enumeracyjnej, która jest wnioskowaniem subiektywnie niepewnym (opartym o prawdopodobieństwo).